

# FIT DURCH ÜBEN

**Auch beim aktiv-entdeckenden Lernen hat das Üben im Mathematikunterricht einen grossen Stellenwert**

von Veronika Baader, Fachexpertin Mathematik SDU

Immer wieder wird kritisiert, im Lehrwerk «mathe 2000» (Zahlenbuch und mathbu.ch) sei zu wenig Übungsmaterial vorhanden und der Stoff werde deshalb nur oberflächlich und wenig nachhaltig vermittelt. Entgegen weitverbreiteter Meinung steht Üben jedoch nicht im Widerspruch zum Prinzip des aktiv-entdeckenden Lernens, auf dem dieses Lehrwerk aufgebaut ist. Hingegen nehmen die Übungsphasen einen anderen Stellenwert ein, und sie sind auch anders organisiert als bisher.

Wissenschaftliche Studien zeigen, dass neues Wissen vom Menschen selbst erarbeitet und konstruiert werden muss. Dieser konstruktivistische Ansatz geht davon aus, dass die Lernenden bei der Aufnahme eines neuen Themas ihr vorhandenes Wissen aktivieren und darauf Neues aufbauen. Die Lehrperson ist nicht mehr Vermittlerin von Stoff, sondern sie schafft Lernumgebungen oder stellt Aufgaben bereit, die solche Wissenskonstruktionen ermöglichen, und sie begleitet die Lernenden in ihrem Lernprozess.

## Produktives Üben

Übungsphasen sind in diesen Lernprozess integriert, so dass sich das Üben fast unmerklich ergibt. Wie dies funktioniert, lässt sich am besten anhand einer Übungsaufgabe illustrieren. Sie stammt von Ule Matter, Lehrer und Mathematikfachdidaktiker an der Uni Fribourg, und eignet sich in angepasster sprachlicher Formulierung für alle Schultypen. Die Lernenden setzen sich bei dieser Aufgabe intensiv mit der Bedeutung der Addition und der Multiplikation auseinander.

«Finde Zahlen, deren Summe 20 und deren Produkt möglichst gross ist.»

Das Primarschulkind wird mit zwei Summanden beginnen, wobei die Multiplikation der beiden Zahlen eventuell bereits



eine Herausforderung darstellt. Vielleicht ist an dieser Stelle die Hilfe der Lehrperson oder einer Mitschülerin nötig. Das Kind wird bald vermuten, dass die beste Lösung «in der Mitte» liegt, nämlich bei 10 mal 10. (Geometrisch entspricht dies übrigens der Optimierungsaufgabe, ein Rechteck mit dem Umfang 40 und grösstmöglichem Flächeninhalt zu finden.) Bis hierher hat das Kind schon mehrere Additionen und Multiplikationen mit natürlichen Zahlen ausgeführt.

Irgendwann kommen weiter fortgeschrittene Lernende auf die Idee, mehr als zwei, nicht nur ganzzahlige oder eine nicht ganzzahlige Anzahl von Summanden zu verwenden. Bei diesen Versuchen werden ganz nebenbei unzählige Additionen und Multiplikationen ausgeführt, je nach Stand der Fertigkeiten mit natürlichen Zahlen und/oder mit Brüchen (natürliche Differenzierung!). Allenfalls kann zu gegebener Zeit der Taschenrechner eingesetzt werden und so wird auch dessen Gebrauch eingeübt oder automatisiert. Wo eine entsprechende Lernkultur herrscht, werden im Verlauf des Lösen dieser Aufgabe Diskussionen unter den Lernenden entstehen, z.B. darüber, ob

die Vorgaben eingehalten worden sind – (dürfen auch drei Summanden verwendet werden? Beträgt die Summe wirklich 20?) – oder ob das grösste Produkt jetzt bereits erreicht ist usw. (für Interessierte: das Maximum der Funktion  $y = (20 : x) \times x$  ist  $e = 20 : e = \text{rund } 1568$ ). Auch dieser soziale Austausch ist ein wesentlicher Bestandteil der konstruktivistischen Didaktik.

Eine andere Möglichkeit des produktiven Übens sind die sogenannten strukturierten Übungen. Sie haben nicht nur ein mathematisches Thema gemeinsam, sondern weisen eine innere Gesetzmässigkeit auf, z.B. eine Beziehung zwischen den Ergebnissen. Dies regt zum Nachdenken an (warum ist das so?), ermöglicht die Selbstkontrolle durch die Lernenden und liefert dadurch sofortige (Miss-)Erfolgslebnisse (siehe Grafik auf nächster Seite: Immer das gleiche Ergebnis. Illustration aus: «Arbeitsheft zum Zahlenbuch 3»).

Wer sich eingehender für das Thema «Produktives Üben» interessiert, studiert am besten das Handbuch von Wittmann/Müller, das noch keineswegs veraltet ist. Dort finden sich viele Beispiele und Hilfen für die Unterrichtsplanung. Wenn weniger Zeit zur Verfügung steht, sollten mindes-

### Immer das gleiche Ergebnis

**1 A**

Wähle 3 verschiedene Ziffernkarten.

↓

Notiere alle 6 zweistelligen Zahlen, die du damit bilden kannst.

↓

Addiere alle 6 Zahlen.

↓

Teile das Ergebnis durch die Summe der 3 Ziffern.

**B** Führe Aufgabe 1A mit anderen Ziffern durch. Was stellst du fest?

tens die Ausführungen über das Üben in den Handbüchern zum Zahlenbuch und auf mathbu.ch gelesen werden. Die verschiedenen Übungsformate der strukturierten Übungen werden darin vorgestellt, und es wird auch ersichtlich, wie Selbstkontrolle funktionieren kann, ohne dass die Lehrperson dicke Dossiers von Arbeitsblättern und Lösungen mitbringen muss.

#### Automatisierendes Üben

Neben dem produktiven Üben wird im Lehrwerk «mathe 2000» auch Wert auf das automatisierende Üben gelegt. Hier geht es darum, Kopfrechnen in einer gewissen Geläufigkeit zu beherrschen, damit das Rechnen beim Lösen einer Aufgabe nicht noch ein Zusatzproblem darstellt. In den neuen Ausgaben des Zahlenbuchs sind die Übungen in die Schulbücher integriert und die Lernenden werden auch zu selbständigem Üben mit gegenseitiger Kontrolle ermuntert. Wichtig beim automatisierenden Üben ist, dass die Lernenden verstanden haben, was sie üben. Wenn z.B. der Begriff der Multiplikation (Zusammenfassung mehrerer gleich grosser Teile zu einem Ganzen) nicht sicher vorhanden ist, wird das Einmaleins wie ein Gedicht auswendig gelernt – und schlimmstenfalls wieder vergessen.

In ... Schritten auf ... Übt immer wieder.

In 4 Schritten auf 100

25; 50; 75; 100

Anzahl Schritte und Zehnerpotenz nennen

Schrittzahlen nennen

**8**

- 1 Natürliche Zahlen addieren und subtrahieren
- 2 In 2, 4, 5, 8 oder 10 Schritten auf 100, 1000, 10 000, 100 000 oder 1 000 000 zählen

Zur Grundlegung und zum Üben eventuell Zahlenstrahl verwenden

Neben den Übungen im «Zahlenbuch» gibt es diverse Übungskarteien, und der Lehrperson steht eine CD mit zusätzlichen Übungen zur Verfügung. Sie ist dem «Handbuch für Lehrpersonen» beigelegt. Ab August wird den Basler Kindern ausserdem ein Code für den Zugriff zum Blitzrechnen auf dem Schulserver zur Verfügung gestellt. Lernende, die mit dem mathbu.ch arbeiten, werden im math.circuit zu Beginn jedes Bandes sowie in den Arbeitsheften zum selbständigen Üben angeleitet. Zudem erhalten sie einen Zugangscode zu einer Übungsplattform im Internet.

Empfohlen sei an dieser Stelle auch die Broschüre «Blitzrechnenoffensive» von Wittmann/Müller, die gratis aus dem Internet heruntergeladen werden kann.

Erich Ch. Wittmann/Gerhard N. Müller: «Handbuch produktiver Rechenübungen», Band 1. Klett Verlag Stuttgart und Düsseldorf, 1997 (2. Auflage) und Band 2. Klett Verlag Stuttgart und Düsseldorf, 1998.

Zum Programm «mathe 2000» [www.klett.ch/de/hauptlehrwerke/mathe2000/index/](http://www.klett.ch/de/hauptlehrwerke/mathe2000/index/)

Zur Broschüre «Blitzrechnenoffensive»: [www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/mathe2000/pdf/Blitzrechnenoffensive.pdf](http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/mathe2000/pdf/Blitzrechnenoffensive.pdf)

Handhabungshilfe zu den CDs «Blitzrechnen»: [www.bertschinger.info/pdfs/blitzrechnen34.pdf](http://www.bertschinger.info/pdfs/blitzrechnen34.pdf)

Beispiellektionen zu den CDs «Blitzrechnen»: [www.medienbildung.ch/webautor-data/60/Blitzr\\_Beispiellekt\\_187-189.pdf](http://www.medienbildung.ch/webautor-data/60/Blitzr_Beispiellekt_187-189.pdf)

Alle hier aufgeführten Website-Adressen können unter <http://sdu.edubs.ch> direkt aufgerufen werden.

Illustration: In ... Schritten auf ... aus: «Zahlenbuch 5».

## Informationen aus dem ED

### Die Schweiz und Europa

Die Schweiz hat am 18. November 2009 für sechs Monate den Vorsitz im Ministerkomitee des Europarats übernommen. Seit 50 Jahren ist die Schweiz Mitglied in der EFTA. Die Beziehungen zur EU sind aber nicht nur wegen dieser aktuellen Bezüge auch im Unterricht ein wichtiges und kontrovers diskutiertes Thema. Auf [www.edubs.ch](http://www.edubs.ch) wurde eine Auswahl interessanter Links und Materialien für Lehrpersonen zusammengestellt.

Auf der Timeline der SRG [www.ideesuisse.ch/261.0.html](http://www.ideesuisse.ch/261.0.html) finden Lehrpersonen Tausende von Bild- und Tondokumente, auch zu politischen Themen. Beispielsweise die berühmte Zürcher Rede von Winston Churchill, der dem vom Zweiten Weltkrieg versehrten Europa ein «Heilmittel» vorschlägt, das den Kontinent wundersam verändern und ebenso glücklich wie die Schweiz machen könne: die Schaffung einer europäischen Familie, die Gründung «einer Art Vereinigter Staaten von Europa». Der Weg dazu sei einfach, es müssten lediglich «Hunderte von Millionen Männer und Frauen Recht statt Unrecht tun und dafür als Belohnung Segen statt Fluch ernten».

#### Forum Kids

Damit Lernende mitreden können, brauchen sie zuverlässige und vollständige Informationen. Im «Forum Kids» [www.bfs.admin.ch/bfs/portal/de/index/dienstleistungen/forumkids/ch-europa.html](http://www.bfs.admin.ch/bfs/portal/de/index/dienstleistungen/forumkids/ch-europa.html) bietet das BFS aktuelle Exceltabellen zum Download an, mit denen Lernende wichtige Lebensbereiche der Schweiz mit europäischen Ländern vergleichen können.

Auf der Webseite «Die EU für Lehrer/innen» ([http://europa.eu/teachers-corner/0\\_9/index\\_de.htm](http://europa.eu/teachers-corner/0_9/index_de.htm)) ist eine Fülle von Unterrichtsmaterialien zum Thema Europa für jede Altersstufen zu finden, sogar für unter